

トロイダルプラズマにおける 統合波動解析シミュレーション

福山 淳

京都大学工学研究科

— Contents —

TASK コードによる統合波動解析

波動伝播解析 : TASK/WM

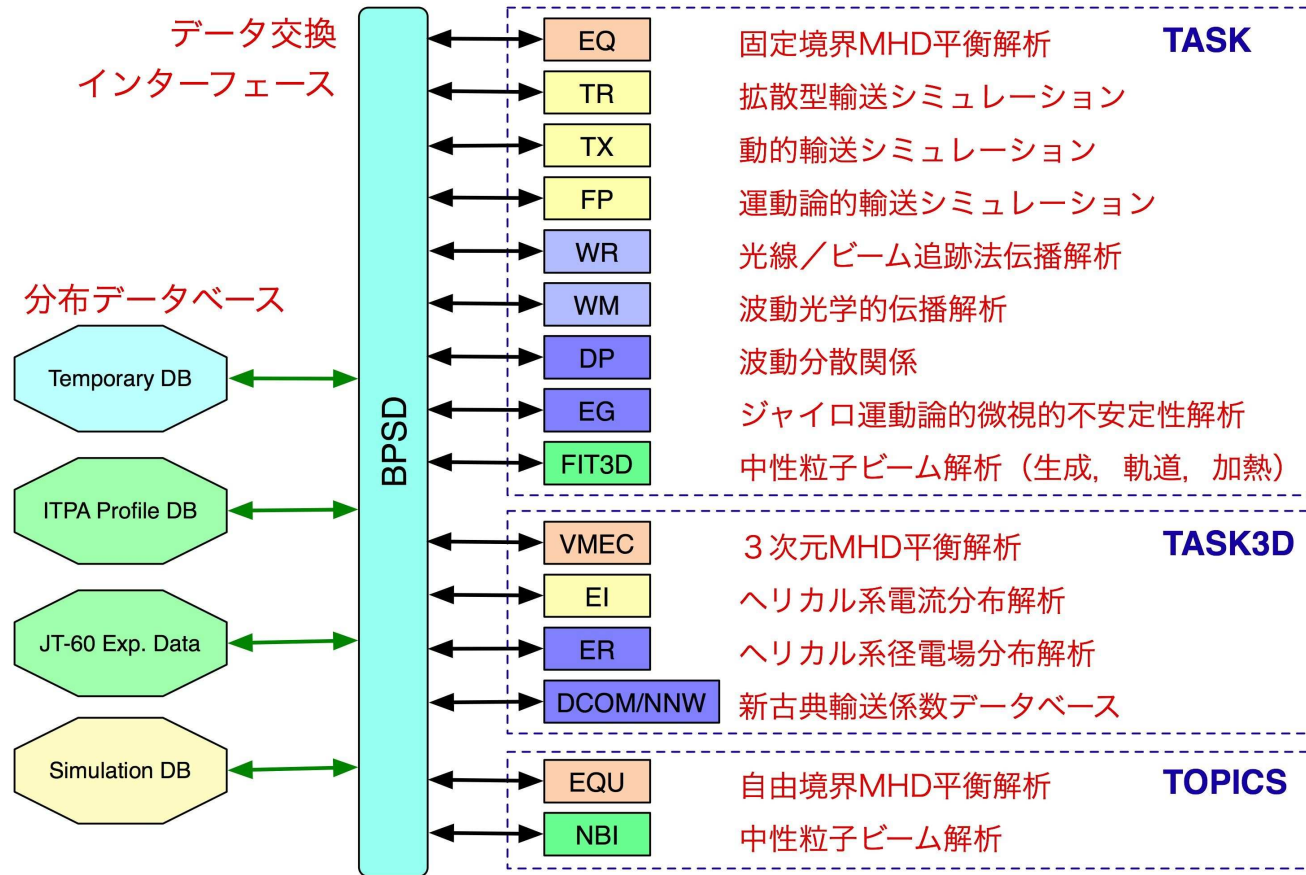
速度分布解析 : TASK/FP

snet による接続

まとめ

TASK コードの現状

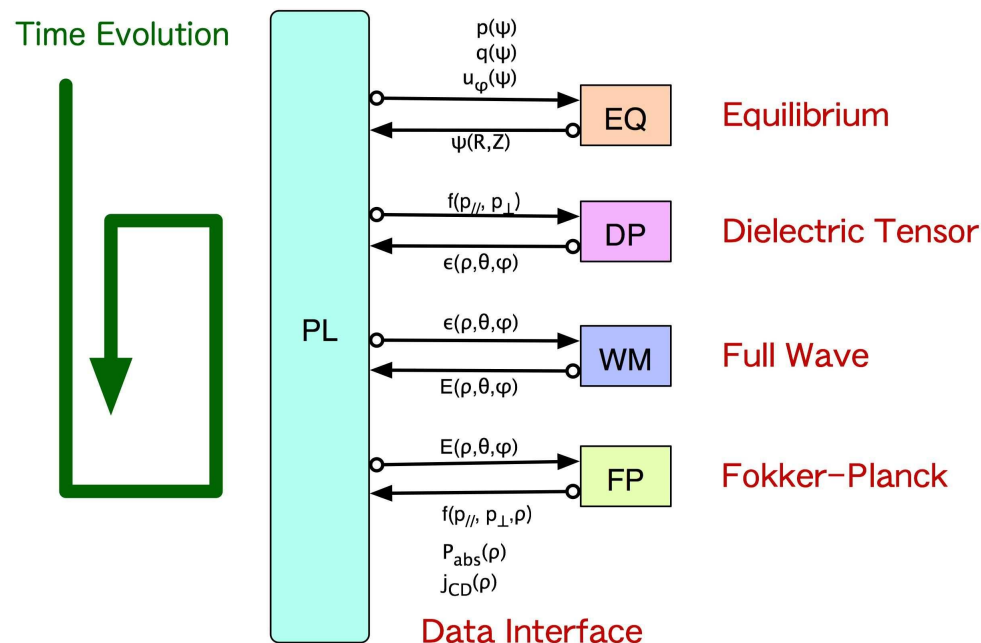
• BPSI 統合コードの構造



- コンポーネント間インターフェースの整備
- 平衡・輸送・加熱コンポーネント間連携の整備
- 波動解析コンポーネントの高度化

速度分布関数の変形を考慮に入れた波動伝播・吸収解析

- 速度分布関数の **Maxwellian** からの変形
 - イオンサイクロトロン波加熱に伴う高速イオンの生成
 - 低域混成波電流駆動における電子速度分布関数の平坦化・高速電子生成
 - 電子サイクロトロン波電流駆動における電子速度分布関数の変形
- $f(v)$ の変形を取り入れた自己無撞着な波動解析



波動分散解析：TASK/DP

- 誘電率テンソルのさまざまなモデル：
 - 抵抗性 **MHD** モデル
 - 衝突を含めた冷たいプラズマモデル
 - 運動論的プラズマモデル (**Maxwellian**, 非相対論的)
 - 運動論的プラズマモデル (任意速度分布, 相対論的)
 - ジャイロ運動論的プラズマモデル (**Maxwellian**, 非相対論)
- 相対論的運動論的誘電率テンソル

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \int d\mathbf{p} p_{\perp} \sum_n \Pi_{in}^* \Pi_{jn} L_n f_0 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \delta_{3i} \delta_{3j} \int d\mathbf{p} \frac{p_{\parallel}}{\gamma} \left[\frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} - \frac{p_{\parallel}}{p_{\perp}} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} \right]$$

where $\omega_p = \sqrt{n_s e_s^2 / m_s \epsilon_0}$, $\omega_c = e_s B / m_s$, $\gamma = \sqrt{1 + p^2 / m_s^2 c^2}$, $\xi \equiv k_{\perp} p_{\perp} / m \omega_c$,

$$\Pi_{1n} \equiv \frac{n}{\xi} J_n(\xi), \quad \Pi_{2n} \equiv i J'_n(\xi), \quad \Pi_{3n} \equiv \frac{p_{\parallel}}{p_{\perp}} J_n(\xi)$$

$$L_n \equiv \frac{1}{\gamma - n \frac{\omega_c}{\omega} - \frac{k_{\parallel} p_{\parallel}}{m \omega}} \left[\left(1 - \frac{k_{\parallel} p_{\parallel}}{m \omega \gamma} \right) \frac{\partial}{\partial p_{\perp}} + \frac{k_{\parallel} p_{\perp}}{m \omega \gamma} \frac{\partial}{\partial p_{\parallel}} \right]$$

波動光学的波動伝播解析：TASK/WM

- 平衡解析から得られた磁気面座標： (ψ, χ, ζ)

- マクスウェル方程式の境界値問題

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \overleftrightarrow{\epsilon} \cdot \mathbf{E} + i \omega \mu_0 \mathbf{j}_{\text{ext}}$$

- 運動論的效果を含めた誘電率テンソル： $\overleftrightarrow{\epsilon}$

- 波一粒子共鳴相互作用： $Z[(\omega - n\omega_c)/k_{\parallel}v_{\text{th}}]$
- 高速イオン：ドリフト運動論的誘電率

- ポロイダルおよびトロイダルモード展開

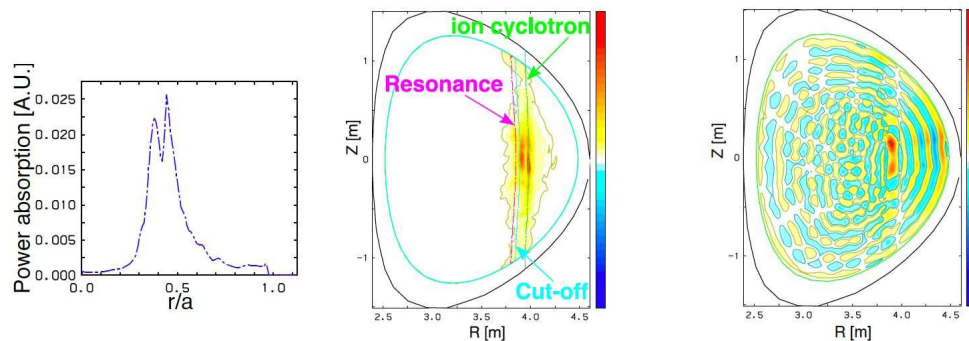
- 正確な k_{\parallel} 評価

- 固有モード解析：電界振幅を最大とする複素固有周波数

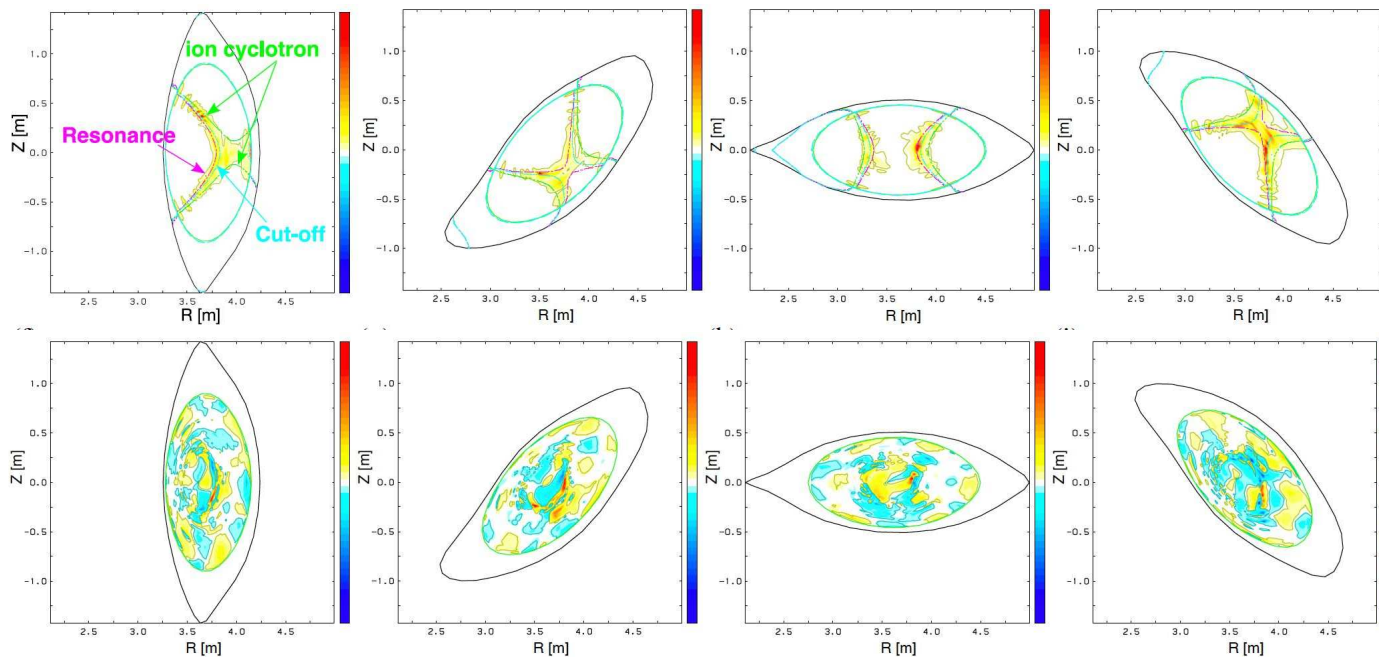
- 電子密度に比例する励起

TASK/WM による ICRF 波伝播吸収解析

- トカマク配位



- LHD 配位



calculated by T. Yamamoto (Kyoto U)

速度分布解析：TASK/FP

- 速度分布関数 $f(p_{\parallel}, p_{\perp}, \psi, t)$ に対する **フォッカー-プランク方程式**

$$\frac{\partial f}{\partial t} = E(f) + C(f) + Q(f) + L(f) \quad (1)$$

- $E(f)$: 直流電界による加速項
 - $C(f)$: クーロン衝突による衝突項
 - $Q(f)$: 波との共鳴によって生じる準線形拡散項
 - $L(f)$: 空間的拡散項
- **軌道平均** : バナナ軌道幅は 0 として軌道平均, 捕捉粒子効果
 - **相対論的** : 運動量 p , 衝突項は弱相対論的
 - **衝突項** : 衝突相手は任意の速度分布関数 (運動量・エネルギー保存)
 - **3 次元** : 空間拡散 (古典的, 新古典的, 乱流拡散)

ICRF 少数イオン加熱の自己無撞着な解析

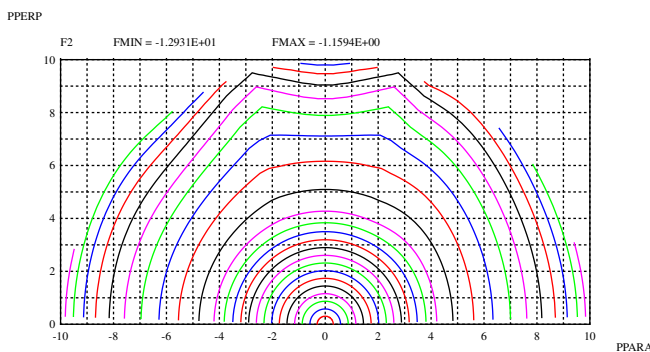
- **TASK** コードにおける解析

- **DP:** 任意の $f(v)$ に対する誘電率テンソルの計算
- **WM:** その誘電率テンソルを用いた波動伝播解析
- **FP:** 得られた波動電界による速度分布関数解析
- 反復による定常解収束あるいは時間発展解析

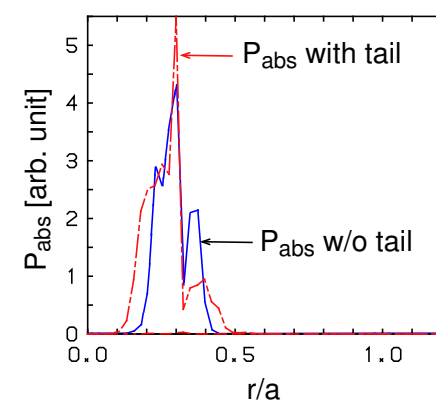
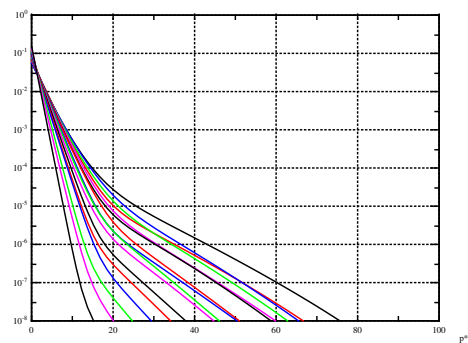
- 高速イオンテイルの形成

- 吸収パワー密度分布の幅拡大

速度分布関数



イオンテイル形成 吸収パワー密度



TASK/WM の改良・拡張

- 波動電場成分の変更

- (s, χ, ζ) components \implies (s, \perp, \parallel) components
- プラズマ応答の誤差減少：Fourier 展開
- $\nabla \times \nabla \times E$ の処理は複雑化

- 径方向に有限要素法

- 混成補間関数（2次と3次の使い分け）
- より高い精度（高次補間関数，メッシュ集積）

- 有限サイクロトロン半径効果

- $k_{\perp\rho}$ について2次までの微分形誘電率テンソル
- $k_{\perp\rho}$ が任意の値に適用できる積分形誘電率テンソル

- Fortran95：動的メモリ割当

積分形誘電率テンソルによる波動伝播解析

- **Maxwell** 方程式

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} \int \overleftrightarrow{\epsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \mu_0 \mathbf{j}_{ext}(\mathbf{r}')$$

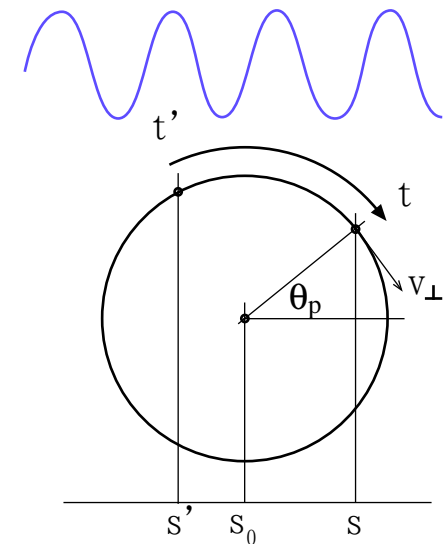
- 積分形誘電率テンソル

$$\overleftrightarrow{\epsilon}^{m'n'mn}(s, s') = \frac{\omega_p^2}{\omega} \sum_{\ell} \int ds_0 \int_0^{2\pi} d\chi_0 \int_0^{2\pi} d\zeta_0 e^{i\{(m'-m)\chi_0 + (n'-n)\zeta_0\}} \overleftrightarrow{K}_{\ell}(s, s', s_0, \chi_0, \zeta_0)$$

- 積分変数を速度空間変数から実空間変数に変換

- 速度空間変数 : (v_{\perp}, θ_0)
- 粒子位置 : s'
- 案内中心位置 : s_0, χ_0, ζ_0
- 変換の Jacobian:

$$J = \frac{\partial(v_{\perp}, \theta_0)}{\partial(s', s_0)} = -\frac{\omega_c^2}{v_{\perp} \sin \omega_c \tau}$$

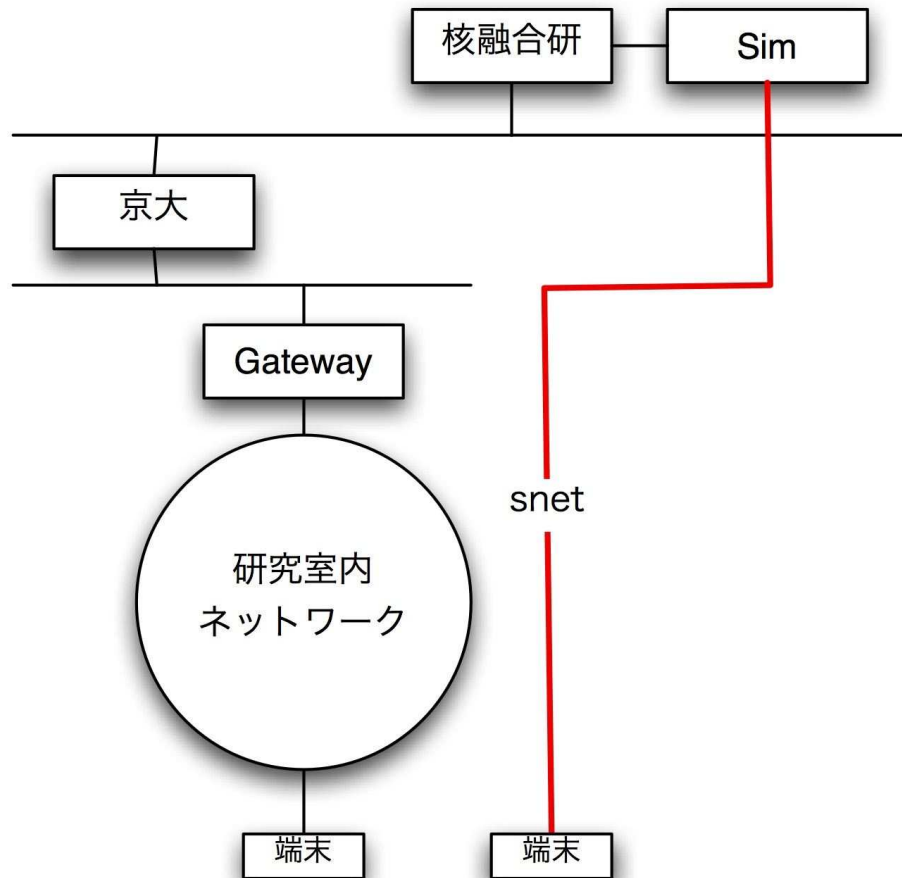


計算量の評価（複素行列方程式：直接法）

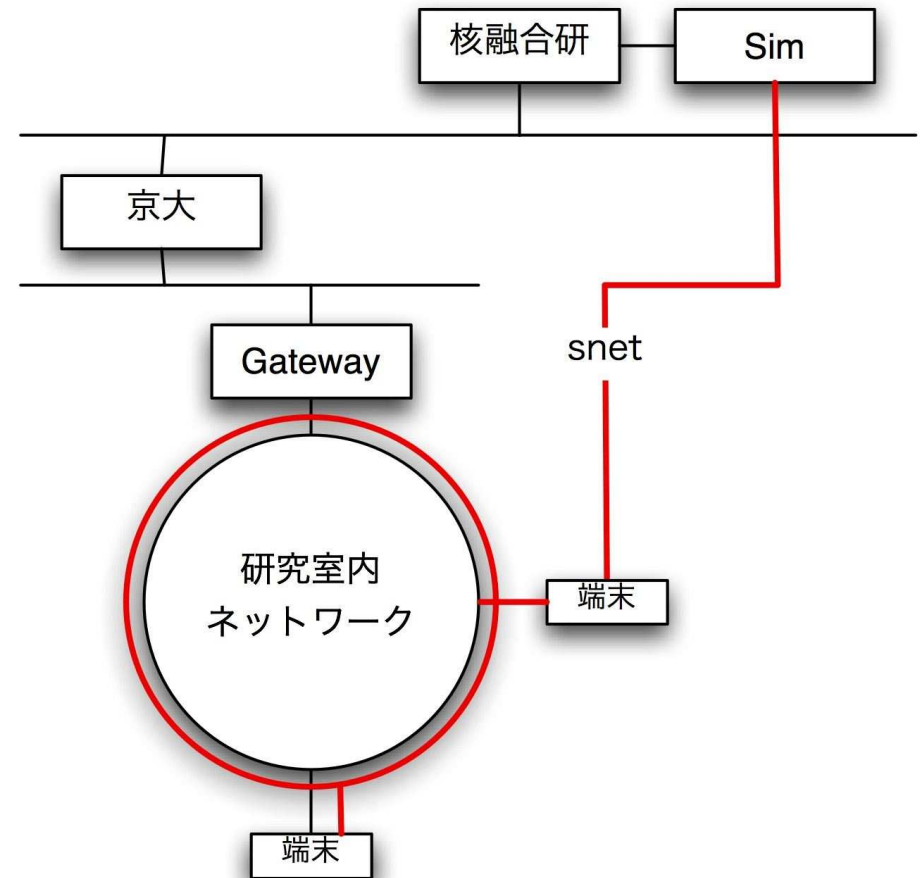
- **二次元波動伝播解析**：トカマク
 - 径方向点数 256, ポロイダルモード数 256
 - 複素帯行列 $3.07k \times 196.6k = 9.66 \text{ GB}$, 7.8 TFLOP
 - トロイダルモード数 128 : 1PFLOP
- **三次元波動伝播解析**：ヘリカル
 - 径方向点数 256, モード数 256×16
 - 複素帯行列 $49k \times 3.15M = 2.47 \text{ TB}$, 32 PLOP
 - トロイダルモードグループ数 10 : 320 PFLOP
- **積分形二次元波動伝播解析**：トカマク (α 粒子)
 - 径方向メッシュ間隔 : 10 mm, サイクロトロン半径 : 30 mm
 - 積分範囲 : $3 \times$ サイクロトロン半径 : 10 点
 - 径方向点数 256, ポロイダルモード数 256
 - 複素帯行列 $30.7k \times 196.6k = 96.6 \text{ GB}$, 780 TFLOP
 - トロイダルモード数 128 : 100 PFLOP

snet による接続

現行



改定後



まとめ

- 波動による加熱および電流駆動の解析の高精度化を目指して、コード改良を進めている。
 - イオンサイクロトロン波加熱の統合解析
GNET との結合も進行中
 - 電子バーンシュタイン波による電流駆動
QUEST の解析
 - アルヴェン固有モードの解析
誘電率テンソルのさらなる改良が必要
- 波動光学的解析には、非常に大きな計算資源が必要。
- 大規模行列方程式解法の並列処理による高速化が不可欠。
- 大量の計算結果を転送するために **snet** は非常に重要。
- **snet** を介したネットワーク接続は、ユーザーの利便性を非常に高めるので、大いに期待している。